

SEMINARIO DE PROBLEMAS DE VECTORES

1.- Si a , b y c son vectores, siendo: $a+b+c=0$ y $|a|=3, |b|=4, |c|=6$, determine $a \cdot (2b - a)$.



2.-a) Dados los vectores $a = (3, 5, 2)$, y $b = (-4, 0, 3)$ tales que

$a = r + s$, siendo r paralelo a b y ortogonal al vector s ; determinar r y s .

b) Determinar los vectores m y n ortogonales entre sí y ortogonales a $v = (1, -1, 3)$, tales que sus primeras componentes son iguales y las terceras componentes de igual magnitud; pero de signos opuestos.



Determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

$$\text{a) } c \cdot (a \times [a \times (a \times b)]) = -|a|^2 \cdot (b \times c)$$

$$\text{b) } (a \times b) \cdot (b \times c) \times (c \times a) = [a \ b \ c]^3$$



4.- Los puntos A y H, B y E, C y F, D y G ,son respectivamente vértices opuestos de las caras ABCD y HEFG (opuestas) de un paralelepípedo . Determinar su volumen, si se sabe que : $A = (4, 0, -1)$, $F = (f_1, f_2, 0)$, $CP = (-1, 3, 7)$, $BD = (13, -1, -21)$, además $\overrightarrow{PF} = \text{Proy}_{\overrightarrow{AF}} \overrightarrow{CF} = (3, -6, 3)$.



5.- a) Dados los vectores a, b, c, d de \mathbb{R}^3 , probar que :

$$(a \times b) \cdot (c \times d) = (a \cdot c)(b \cdot d) - (a \cdot d)(b \cdot c)$$

b) Dados los vectores no nulos a, b, c , y n tales que : $a \cdot n = 0$, $b \cdot n = 0$, $c \cdot n = 0$, ¿son linealmente independientes a , b y c ?



6.- Indique si los siguientes conjuntos de vectores no nulos son linealmente dependientes o linealmente independientes. Justifique su respuesta.

a) $\{a, b, a \times b, (a \times b) \times a\}$ tales que a, b de \mathbb{R}^3 no paralelos.

b) $\{\text{Proy}_b a, \text{Proy}_a b, \text{Proy}_{a \times b} c\}$ tales que a, b, c de \mathbb{R}^3 no paralelos entre sí.

c) $\{c = \text{Proy}_b a, d = \text{Proy}_c b, e = \text{Proy}_d c\}$ tales que a, b, d de \mathbb{R}^3 no paralelos.

d) $\{a \times b, b \times c, c \times a\}$ tales que $\{a, b, c\}$ de \mathbb{R}^3 es linealmente independiente.

